XXX – lecie powierzchni solitonowych

Antoni Sym

Kiedy patrzę z tak długiej perspektywy czasowej na mój tzw. dorobek naukowy, dziś wydaje mi się, że Opatrzność (bo kto inny?) bardzo konsekwentnie mnie prowadziła do „ geometrii solitonów" a przy okazji do prawie mistycznego kontaktu z moim jedynym prawdziwym mentorem , którym jest Luigi Bianchi (1856 – 1928).

W czerwcu 1974 obroniłem pracę doktorską p.t. „Podstawy kombinatoryczne wolnego rachunku komutatorowego". Wcześniej bo jesienią 1973 mój promotor Ś.P. Profesor Jerzy Plebański opuścił kraj na dobre. Do tej pory zajmowałem się kombinatoryką zarówno czystą jak i w zastosowaniu do fizyki statystycznej. Przez rok po obronie nie bardzo wiedziałem czym się zająć w sensie naukowym.

Latem 1975 poprosiłem o spotkanie Profesora Iwo Białynickiego – Birulę. Rozmowa odbyła się po powrocie Profesora z kolejnej wizyty w USA.

„ Panie Profesorze! Interesuje mnie nieliniowość. Czym powinienem się zająć?
Oczywiście, solitonami !"

Wtedy solitony to była absolutna nowość z jeszcze dość niejasnymi perspektywami. Moją pierwszą lekturą z tej dziedziny i z inspiracji drogiego Profesora była słynna praca A.C. Scotta, F.Y.F. Chu i D.W. Mc Laughlina p.t. „The soliton: A new concept in applied science" (Proc. IEEE 61 , 1973, 1443- 1483). Praca zrobiła na mnie ogromne wrażenie. To było to! W sierpniu 1976 ukazała się drukiem moja pierwsza publikacja z zakresu solitonów („ A simple derivation of some results connected with the sine – Gordon equation", Ph. Lett. 58A , #2, 77 -78).

W lipcu 1977 Profesor IBB – ciągle będący pod dużym wrażeniem dynamicznie rozwijającej się teorii solitonów - zaproponował mi współuczestnictwo w organizacji dużej międzynarodowej konferencji

na temat solitonów. Ta pionierska jeśli chodzi o skalę i znaczenie konferencja odbyła się we wrześniu 1977 w Jadwisinie pod Warszawą. Dla mnie jako głównego współorganizatora (obok dr Zbigniewa Dziembowskiego - dziś profesor na Temple University w USA) był to czas ciężkiej pracy ale też niezwykłych doświadczeń wynikających z bezpośrednich kontaktów z absolutną czołówką specjalistów z zakresu solitonów. Konferencja (oficjalna jej nazwa „Mistery of soliton") zgromadziła z małymi wyjątkami wszystkich współtwórców teorii solitonów (N. Zabusky, M. Kruskal,V.E. Zakharov, S. Manakov, M. Ablowitz, R. Hirota, F. Calogero, A. Degasperis i wielu innych).

Jednym z uczestników tej konferencji był mój rówieśnik prof. James Corones (Iowa State University w Ames) – dziś „President of Krell Institute" – instytucji z pogranicza nauki i biznesu. Wiosną 1978 rozpocząłem półroczny pobyt na Wydziale Matematyki Uniwersytetu w Ames. Jim był zainteresowany teorio-grupowymi i geometrycznymi interpretacjami fenomenu solitonów. Wtedy właśnie w Ames zacząłem studiować pionierskie prace G.L.Lamba (całkowalne kinematyki krzywych) i F.Lunda (nie trywialny przykład całkowalnego układu Gaussa – Mainardi – Codazzi, który jak się później okazało jest równoważny tzw. „complexified sine – Gordon eq."). We współpracy Jimem powstały dwie prace w tym zatytułowana „Lie – Group Explanation of Geometric Interpretations of Solitons „ (Physical Review Letters 42 ,1979, #17, 1099 – 1102). Praca ta – dziś raczej banalna - wtedy wydawała mi się wartościowym bo ogólnym opisem drogi „ od geometrii do solitonów". O drodze w odwrotnym kierunku wtedy nawet nie myślałem.

Po niewątpliwym sukcesie konferencji w Jadwisinie kierownictwo Instytutu Fizyki Teoretycznej UW podjęło decyzję zorganizowania w 1979 roku kolejnej międzynarodowej konferencji solitonowej. Tym razem firmował ją ŚP Profesor Józef Werle. Ponownie zostałem głównym i teraz jedynym współorganizatorem konferencji. Muszę jednak podkreślić, że miałem wówczas bardzo silne wsparcie ze strony ówczesnej młodzieży: Marka Kusia, Macieja Lewensteina, Andrzeja Królaka – dziś renomowanych naukowców - i wielu innych.

„The Second Soliton Workshop – Jadwisin 79” odbył się w dniach 27.08 – 01.09 i ponownie zgromadził pod jednym dachem niezbyt luksusowego ośrodka w Jadwisinie dokładnie 80 uczestników z 14 krajów. Tym razem pojawiła się w pełnym składzie słynna grupa AKNS (Ablowitz, Kaup , Newell i Segur), E. Sklyanin, liczni specjaliści z ChRL a także starzy znajomi jak Ryogo Hirota czy Francesco Calogero na czele swojej licznej trzódki. Kluczowa dla mojej tzw. kariery okazała się niezwykła życzliwość jaką mi wtedy okazał właśnie Francesco.

Profesor Calogero znany ze swych lewicowych poglądów dość często odwiedzał ZSRR. Kontakty z naukowcami radzieckimi ułatwiał mu fakt doskonałej znajomości języka rosyjskiego. Prawdopodobnie w ostatnim dniu konferencji (pamiętam, że miejscem akcji były schody prowadzące z hallu na pierwsze piętro) odbyła się miedzy nami krótka rozmowa w której dość odważnie zaapelowałem do Profesora, aby może włączył do swoich kontaktów naukowych także Polaków. Rezultaty tej rozmowy przeszły wszelkie oczekiwania. Szlachetny Francesco walcząc z dwiema biurokracjami (rodzimą i naszą komunistyczną) doprowadził ostatecznie do podpisania niezwykłej umowy pomiędzy IFT UW (tylko!) a Istituto di Fisica Università di Roma „La Sapienza”. Beneficjentami tej umowy, która weszła w życie w 1981 i funkcjonowała przez ponad 20 lat, byli głównie Polacy z IFT UW i Katedry Metod Matematycznych Fizyki UW (nielegalnie). Tak na oko około dwudziestu osób. Umowa ta odegrała szczególnie pozytywną rolę w latach 80 – ch XX wieku, kiedy w Polsce panowała noc generałów. Ta rozmowa z Profesorem Calogero, która zainicjowała lawinę wydarzeń w moim przypadku doprowadziła mnie do spotkania z Maestro Luigi Bianchi. To stało się podczas wielu pobytów na Uniwersytecie „La Sapienza” w tym podczas dziesiątek godzin spędzonych w bibliotece Dipartimento di Matematica, gdzie miałem dostęp do wszystkich dzieł Mistrza.

Przez kolejny rok po zakończeniu Jadwisina II tempo mojej działalności naukowej osłabło (w kwietniu 1980 przyszła na świat moja córka Agnieszka). W tym czasie ciągle pozostawałem na drodze „od geometrii do solitonów’. Wyrazem tego była praca p.t. „Surfaces and Soliton Equations” wysłana w grudniu 1979 do Physics Letters A

i niestety odrzucona. Była to udoskonalona choć zwięzła wersja ww. pracy z Coronesem z przykładami. I tak na przykład pokazałem, że kiedy płaszczyznę wyposażymy w nie trywialna metrykę zależną w specyficzny sposób od funkcji u(x,t), to równanie Gaussa staje się równaniem „Mod KdV" na u(x,t). Również przy odpowiednim wyborze I i II formy fundamentalnej układ Gaussa – Mainardi – Codazzi redukuje się do Nieliniowego Równania Schrödingera. Nie dziwię się recenzentom. Wyniki może ciekawe ale nie widać za nimi żadnej unifikującej idei. W dwa lata później okaże się, że oba powyższe przykłady to bardzo szczególne przypadki ogólnego rezultatu zawartego w podejściu powierzchni solitonowych.W tym celu należało wytyczyć i przetrzeć zupełnie nowy szlak : „od solitonów do geometrii". Taka potrzeba rodziła się powoli ale wyraźnie zwłaszcza po tym jak studiując między innymi w starym BUW- ie (co za nostalgia !) podręcznik Bianchiego z geometrii różniczkowej wpadłem w zachwyt kiedy dokładnie zrozumiałem związek matematyki równania Ennepera (czyli po naszemu i niezbyt szczęśliwie r.sin– Gordona) z geometrią powierzchni pseudosferycznych. Pojawiło się naturalne pytanie: **czy ten związek jest unikalny czy też jest przeciwnie, to znaczy czy istnieją inne 2 – wymiarowe układy solitonowe dla których można w uniwersalny sposób określić klasę dwuwymiarowych podrozmaitości w płaskiej wielowymiarowej przestrzeni w taki sposób, aby wypisane dla tej klasy równania Gaussa – Mainardi – Codazzi – Ricci – Kühne (w 1903 M. Kühne jako pierwszy podał pełny układ równań spełnianych przez obiekty fundamentalne podrozmaitości) były równoważne wyjściowemu układowi solitonowemu?**

Niestety, nie pamiętam okoliczności (kiedy i w jaki sposób) udało mi się znaleźć odpowiedź na tak postawione pytanie. Na pewno stało się to wczesną jesienią 1981 roku. Był to jeden z tych dziwnych momentów w moim życiu, kiedy Ktoś mnie prowadził i podpowiadał. Na początku nowego roku akademickiego 81/82 powstał preprint o sygnaturze IFT/11/81 zatytułowany dość odważnie „Soliton Theory is Surface Theory". Tutaj droga „od solitonów do geometrii" została precyzyjnie opisana. Istotnym założeniem była półprostota algebry Liego g zakładanego problemu liniowego. Każdemu rozwiązaniu zadanego układu solitonowego odpowiadała zależna od parametru

spektralnego rodzina 2 – wymiarowych podrozmaitości algebry Liego g wyposażonej w metrykę Killinga – Cartana. Opisany i udowodniony formalizm wprawdzie pozwalał wyliczać obiekty fundamentalne tychże podrozmaitości, jednak nie dostarczał ich postaci explicite. Brakowało również spektralnego uogólnienia pięknej transformacji Bianchiego - Bäcklunda odwzorowującej powierzchnię pseudosferyczną w powierzchnię pseudosferyczną. W ciągu trzech kolejnych miesięcy oba braki zostały usunięte. A stało się to w następujących okolicznościach.

Już po opublikowaniu preprintu spotkałem na korytarzu Instytutu Profesora Andrzeja Trautmana, który wyraził uznanie dla tytułu mojego preprintu (doskonale pamiętam ten moment) i zaprosił mnie do zreferowania pracy na Jego seminarium. Referat wygłosiłem w dwóch kolejnych wystąpieniach. W trakcie pierwszego wystąpienia pojawiła się na tablicy istotna formuła na wektory styczne do solitonowych podrozmaitości. Po zakończeniu drugiego seminarium podszedł do mnie Jacek Tafel i pokazał mi jak scałkować wektory styczne do wzoru explicite na podrozmaitości solitonowe. „Sym – Tafel formula" ujrzała światło dzienne. W licznych zastosowaniach tej formuły pojawia się ona także jako „Sym – Bobenko formula" a nawet jako „ Sym – Pohlmeyer formula" (trochę bez sensu). Ron Perline (2010) użył w kontekście bardzo obszernej dyskusji ewolucji nici wirowej dość tajemniczego wyrażenia „ Darboux + Sym – Tafel – Pohlemeyer". Z kolei matematycy J.H. Eschenburg i P. Quast w pracy „Pluriharmonic maps into Kähler symmetric spaces and Sym's formula" (Mathematische Zeitschrift, v. 264, 2010, 469 – 481) wprowadzili termin „Bonnet -_Sym - Bobenko map", przy czym w Erratum do artykułu wycofali nazwisko Bonneta z tego terminu.

Do dziś jestem wdzięczny Profesorowi Trautmanowi za tamtą pozornie nieistotną rozmowę jak i – to oczywiste – Jackowi za tak cenną uwagę.

Na początku grudnia 1981 po raz pierwszy znalazłem się w Rzymie oczywiście jako uczestnik Umowy IFT UW – Istituto di Fisica Università di Roma I. W tamtym czasie młodzież od Franciszka Calogero (Decio Levi, Orlando Ragnisco i Mario Bruschi)

intensywnie zajmowała się macierzami Darboux. Formalizm macierzy Darboux umożliwił mi spektralne uogólnienie transformacji Bianchiego – Bäcklunda.

Stan wojenny zastał mnie w Rzymie. Do domu, gdzie czekały na mnie ciężarna żona i mała Agnieszka, po licznych perypetiach wróciłem przed Bożym Narodzeniem 1981. Jeszcze przed wyjazdem zdążyłem opublikować preprint „Soliton Surfaces" (n.278, 21 Dicembre 1981). W nim uwzględniłem wynik Jacka Tafla odnotowując Jego wkład w przypisach. Podobnie, zawarty w preprincie rys. 2 schematycznie opisuje spektralne uogólnienie transformacji Bianchiego - Bäcklunda. 4 stycznia 1982 do redakcji Lettere al. Nuovo Cimentu dotarł tekst preprintu. Praca ukazała się w tym czasopiśmie w marcu 1982 (v.33, n. 12, 394 – 400).

Post scriptum

Luigi Bianchi – człowiek nadzwyczajnej skromności – mimo licznych zaproszeń płynących z całego świata praktycznie całe swoje dorosłe życie spędził w Pizie. Od mniej więcej 1980 roku było moim marzeniem odwiedzić Jego grobowiec. Taka okazja nastąpiła latem 1989 kiedy z rodziną przebywaliśmy przez dwa dni w Pizie. Szansa na odnalezienie grobowca była minimalna. Tym bardziej, że wcześniej nie udało mi się uzyskać żadnej informacji na ten temat dzwoniąc na Wydział Matematyki Uniwersytety w Pizie. Dziś wiem, że to był zły adres. Otóż Luigi Bianchi przez całe swoje życie naukowe był człowiekiem nie Uniwersytetu ale innej wspaniałej instytucji naukowej jaką jest Scuola Normale Superiore di Pisa i tam należało szukać informacji (w latach 1918 – 1928 to znaczy aż do śmierci Bianchi był dyrektorem tej instytucji).

A jednak cud się stał. W trakcie zwiedzania słynnego Camposanto depcząc (niestety) w porządku chronologicznym płasko rzeźbione grobowce kiedy dotarliśmy do XIX wiecznej części nagle poczułem przyspieszone bicie serca i prawie biegnąc bezbłędnie osiągnąłem swój cel. Stanąłem nad Jego grobowcem.

Warszawa, 19.06.2012