Rozszerzony Algorytm Euklidesa i Liniowe równanie diofantyczne

1. **Obliczyć „ręcznie” NWD(1001, 101) a następnie wyznaczyć $x, y \in Z$ takie, że 1001x+101y= NWD(1001, 101).**
2. **Rozwiązać „ręcznie” równanie diofantyczne 63x+69y=33.**

3. Napisać program, który dla podanych z klawiatury liczb naturalnych różnych od zera a,b (zadbać o poprawność wpisywanych danych!) wyznacza NWD(a,b) oraz $x, y \in Z$ takie, że ax+by= NWD(a,b). Wykorzystać następujący opis:

Zadanie rozwiązujemy pracując z parą równań:

(1) $a \cdot u + b \cdot v = w$
(2) $a \cdot x + b \cdot y = z$

I. Startujemy od równań postaci:

(1) $a \cdot 1 + b \cdot 0 = a$
(2) $a \cdot 0 + b \cdot 1 = b,$

czyli

$u = 1, v = 0, w = a, x = 0, y = 1, z = b$

Pętla:

II. Zamieniamy miejscami równania (1) z (2).
III. Wyznaczamy całkowity iloraz q liczby w przez z
IV. Równanie (1) zastępujemy różnicą: (1) - (2)q, czyli

$$u \leftarrow u - q \cdot x$$
$$v \leftarrow v - q \cdot y$$
$$w \leftarrow w - q \cdot z$$

V. Wykonujemy pętlę aż $w = 0$.
VI. Na wyjściu z= NWD(a,b) oraz x, y są szukanymi współczynnikami kombinacji.

4. Napisać algorytm rozwiązujący liniowe równanie diofantyczne postaci ax+by=c, gdzie a,b,c są liczbami całkowitymi różnymi od zera. Wykorzystać schemat:

We: a,b,c (zadbać o to by podane liczby były różne od zera), t – dowolna liczba całkowita
Wy: xt, yt

Jeżeli d=NWD(a,b) nie dzieli c to nie ma rozwiązań.
w p.p.
x', y' są takie, że d=ax'+by' (wykorzystać Rozszerzony Algorytm Euklidesa z Zadania 3)
a'=a/d, b'=b/d, c'=c/d
x0=c'x', y0=c'y'
xt=x0+b't
yt=y0-a't

5. Tak samo jak zadanie 4. przy założeniu, że
We: a,b,c (zadbać o to by podane liczby były różne od zera), t1<=t2 – dowolne liczby całkowite
Wy: wszystkie rozwiązania xt, yt dla t należącego do przedziału [t1, t2].