

Twierdzenie o dzieleniu z resztą

We: a, b – liczby naturalne, $b \neq 0$

Wy: liczby q i r takie, że $a = bq + r$, $0 \leq r < b$

1. Napisać program oparty o algorytm podany na wykładzie.

Algorytm Euklidesa

We: a, b – liczby naturalne różne od zera, których NWD poszukujemy

Wy: NWD liczb a i b , oszacowanie złożoności (czyli liczba operacji podstawowych)

2. Napisać program oparty na poniższym opisie:

K01: **Dopóki** $a \neq b$ **wykonuj** krok K02

K02: **Jeśli** $a < b$, **to** $b \leftarrow b - a$; *od większej liczby odejmujemy mniejszą aż się zrównają*
inaczej $a \leftarrow a - b$

K03: **Pisz** a ; *wtedy dowolna z nich jest NWD*

K04: **Zakończ**

3. Napisać program oparty na poniższym opisie:

Zmienna pomocnicza – liczba naturalna t

K01: **Dopóki** $b \neq 0$ **wykonuj** kroki K02...K04

K02: $t \leftarrow b$; *zapamiętujemy wartość b*

K03: $b \leftarrow a \bmod b$; *wyznaczamy resztę z dzielenia a przez b*

K04: $a \leftarrow t$; *przypisujemy do a początkową wartość b*

K05: **Pisz** a ; *NWD*

K06: **Zakończ**

4. Napisać program rekurencyjny oparty na poniższym opisie:

$$NWD(a, b) = \begin{cases} a, & \text{gdy } b = 0 \\ NWD(b, a \bmod b), & \text{w p.p.} \end{cases}$$

5. Stosując każdy z trzech powyższych programów obliczyć $NWD(F_n, F_{n+1})$, gdzie F_n, F_{n+1} są kolejnymi liczbami Fibonacciego.

We: liczba naturalna n ,

Wy: $NWD(F_n, F_{n+1})$, zliczenie operacji podstawowych.

6. Napisać program obliczający $NWD(a, b)$.