

Lista 4: pochodna funkcji

1. Wyznacz pochodną funkcji:

(a) $f(x) = x^7 - x^5 + 2x^4 + 3x + 2019$;

(b) $f(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + \frac{5}{2}x^{-\frac{2}{5}} + 15$;

(c) $f(x) = x^{-3} + 2x^{-2} + \frac{1}{100}$;

(d) $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 - x^{-7} + \frac{7}{8}x^{-\frac{8}{7}}$;

(e) $f(x) = \frac{1}{\pi}x^\pi + x^{\sqrt{3}} + 3^7$;

(f) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[7]{x}} + \sqrt[5]{x^2}$;

(g) $f(x) = \sin x + 3 \cos x - 2^x + \ln 4$;

(h) $f(x) = 2 \cdot 3^x + \ln x + 8^{20}$.

2. Wyznacz pochodną funkcji:

(a) $f(x) = (x - 6)^5$;

(b) $f(x) = (x + 1)^2(x - 1)$;

(c) $f(x) = \sqrt{x}(x^3 - \sqrt{x} + 1)$;

(d) $f(x) = (x^2 - 3x + 3)(x^2 + 2x - 1)$;

(e) $f(x) = (x^3 - x^2 + 6x - 5) \cdot (x^2 + 1)$;

(f) $f(x) = (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) \cdot (1 + x)$;

(g) $f(x) = \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - \sqrt{3}\right) \left(4x \sqrt[3]{x} + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{3x}\right)$;

(h) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$;

(i) $f(x) = \frac{x^3 - 2x}{x^2 + x + 1}$;

(j) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

(k) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$;

(l) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{3(x^2 - 1)} + (x^2 - 1)(1 - x)$.

3. Wyznacz pochodną funkcji:

(a) $f(x) = (1 + 2x)^{30}$;

(b) $f(x) = (1 - x^2)^{10}$;

(c) $f(x) = (7x^2 - \frac{4}{x} + 6)^6$;

(d) $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$;

(e) $f(x) = \left(\frac{1+x^2}{1+x}\right)^5$;

(f) $f(x) = \frac{1 - \sqrt[3]{2x}}{1 + \sqrt[3]{2x}}$;

(g) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$;

(h) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x-1}} + \frac{5}{\sqrt[4]{(x^2+2)^4}}$.

4. Wyznacz pochodną funkcji:

(a) $f(x) = \frac{x}{1 - \cos x}$;

(b) $f(x) = \frac{x}{\sin x + \cos x}$;

(c) $f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \tan x}$;

(d) $f(x) = \cos x - \frac{1}{3} \cos^3 x$;

(e) $f(x) = 3 \sin^2 x - \sin^3 x$;

(f) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$.

(g) $f(x) = (x^3 + x^2 + 1) \cos^5 x$;

(h) $f(x) = \frac{x^3 + x}{\sin^4 x + \cos^4 x}$.

5. Wyznacz pochodną funkcji:

(a) $f(x) = (2^x + 3)(3^x + 2)$;

(b) $f(x) = (2^{5x+1} + 3)(3^{4x+2} + 2)$;

(c) $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$;

(d) $f(x) = \frac{2^x + x^2}{(\sin x + \cos x)^3}$;

(e) $f(x) = \sqrt[4]{(3^x + \cos^2 x)^5}$;

(f) $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 + 2x}{e^x}}$;

(g) $f(x) = \sin^2\left(\frac{1 - \ln x}{x}\right)$;

(h) $f(x) = \log_3(x^2 + \cos^2 x)$.

(i) $f(x) = \ln \sqrt{\left(\frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}\right)}$;

(j) $f(x) = (\ln x + 3x^2)^5 \sin^2(\sqrt{x+6} + 7x)$.