

Lista 1: Działania macierzowe i ich własności

1. Wyznacz

$$(a) A + B, \quad (b) A - B, \quad (c) 2A, \quad (d) 2A - B, \quad (e) B + \frac{1}{2}A,$$

jeżeli

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 8 \end{bmatrix};$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 5 \\ 1 & 10 \end{bmatrix};$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -3 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

2. Wyznacz c_{21}, c_{13} , jeżeli $C = 2A - 3B$,

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 0 & -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Wyznacz niewiadome x, y, z w równaniu macierzowym

$$4 \begin{bmatrix} x & y \\ z & -1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} y & z \\ -x & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 4 & x \\ 5 & -x \end{bmatrix}.$$

4. Wyznacz niewiadome x, y, z, w w równaniu macierzowym

$$\begin{bmatrix} w & x \\ y & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} y & w \\ z & x \end{bmatrix}.$$

5. Macierze A, B, C, D, E mają odpowiednio wymiary

$$A : 3 \times 4, \quad B : 3 \times 4, \quad C : 4 \times 2, \quad D : 4 \times 2, \quad E : 4 \times 5.$$

Jeżeli jest zdefiniowana, to określ wymiar macierzy

$$\begin{array}{llll} (a) A + B; & (c) C + E; & (e) \frac{1}{2}D; & (g) -4A; \\ (b) AC; & (d) BE; & (f) E - 2A; & (h) 2D + C. \end{array}$$

6. Niech

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Oblicz iloczyn:

$$\begin{array}{llll} (a) AB; & (d) BB^T; & (g) B^T A; & (j) C^T A; \\ (b) AC; & (e) AA^T; & (h) B^T B; & (k) C^T B; \\ (c) A^2; & (f) CC^T; & (i) B^T C; & (l) C^T C. \end{array}$$

7. Wyznacz macierz X , jeżeli

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 1 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

- (a) $3X + 2A = B$; (c) $X - 3A + 2B = O$;
 (b) $2A - 5B = 3X$; (d) $6X - 4A - 3B = O$.

8. Niech $c = -2$, zaś

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Oblicz:

- (a) $B(CA)$; (c) $C(BC)$; (e) $(cB)(C + C)$;
 (b) $B(C + O)$; (d) $(B + C)A$; (f) $B(cA)$.

9. Dla macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Oblicz:

- (a) A^2 ; (c) $A(I + A)$;
 (b) A^4 ; (d) $A + IA$.

10. Niech $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ c & d \end{bmatrix}$. Znajdź liczby c, d takie, że $A^2 = -I$, przy czym $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

11. Pewna firma posiada trzy fabryki, a w każdej z nich produkuje się zarówno gitary akustyczne, jak i gitary elektryczne. Liczba gitar typu i produkowana przez fabrykę j reprezentowana jest przez a_{ij} w macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 70 & 50 & 25 \\ 35 & 100 & 70 \end{bmatrix}.$$

Znajdź poziomy produkcji poszczególnych typów gitar w każdej z fabryk, jeżeli produkcja zwiększona zostanie o 20%.

12. Rolnik produkuje dwa rodzaje owoców: jabłka i brzoskwinie. Każdy rodzaj owoców wysyłany jest do trzech różnych punktów sprzedaży. Liczba jednostek owoców rodzaju i , które dostarczane są do punktu sprzedaży j reprezentuje wyraz a_{ij} w poniższej macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 125 & 100 & 75 \\ 100 & 175 & 125 \end{bmatrix}.$$

Zysk ze sprzedaży (w dolarach) jednej jednostki owoców reprezentuje macierz

$$B = \begin{bmatrix} 3,5 & 6 \end{bmatrix}.$$

Znajdź iloczyn BA i zinterpretuj co poszczególne jego wyrazy reprezentują.