

Lista 6: Całka nieoznaczona i oznaczona

1. Wyznacz podane całki nieoznaczone:

- | | | |
|---|--|--|
| (a) $\int (4x^3 + 3x^2 + 13) dx;$ | (f) $\int (x^2 - 1)(5 + 6x)dx;$ | (k) $\int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx;$ |
| (b) $\int (3x^{-4} + 2x^{-3} + x^{-2}) dx;$ | (g) $\int \sqrt{x}(x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}})dx;$ | (l) $\int \frac{x^2 + 7x + 12}{x + 4} dx;$ |
| (c) $\int (7\sqrt{x^5} - 12\sqrt[5]{x^7}) dx;$ | (h) $\int (\frac{1-x}{x})^2 dx;$ | (m) $\int (x^3 + \frac{e^{-x}-7}{e^{-x}}) dx;$ |
| (d) $\int (4\frac{1}{x^3} + 3\frac{1}{x^2} + \frac{1}{13}) dx;$ | (i) $\int \frac{\sqrt{x}-x^3 e^x + x^2}{x^3} dx;$ | (n) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx;$ |
| (e) $\int (\frac{5}{3x^6} + \frac{13}{x^{14}} - \frac{7}{\sqrt[3]{x^4}}) dx;$ | (j) $\int \frac{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2}{x - \sqrt{2}} dx;$ | (o) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx;$ |

2. Wyznacz funkcję f , jeżeli

- (a) $f'(x) = 15x^2 - 4x, \quad f(2) = 12;$
 (b) $f'(x) = 4x^3 + \frac{3}{2\sqrt{x}} + e^x, \quad f(1) = e + 3;$
 (c) $f''(x) = 12x^2 + 24x + 4, \quad f(1) = 5, \quad f(-2) = -8.$

3. Stosując metodę podstawiania oblicz podane całki nieoznaczone:

- | | | |
|-----------------------------------|--|--|
| (a) $\int (x+6)^{15} dx;$ | (f) $\int \sin(2x-2)dx;$ | (k) $\int (1 + \frac{1}{x}) \sin(x + \ln x) dx;$ |
| (b) $\int \frac{dx}{(2x-3)^5};$ | (g) $\int 21x^2 \sqrt[5]{7x^3+2} dx;$ | (l) $\int (5x^4+4x^3)(x^5+x^4-1)^7 dx;$ |
| (c) $\int \sqrt{8-2x} dx;$ | (h) $\int \frac{4x^3+7}{(x^4+7x)^5} dx;$ | (m) $\int x^{-5}(1+x^{-4})^{-6} dx;$ |
| (d) $\int \sqrt[5]{(8-3x)^6} dx;$ | (i) $\int (6x-2)e^{3x^2-2x+1} dx;$ | (n) $\int 7(x-3) \sqrt[3]{x^2-6x} dx;$ |
| (e) $\int \cos(3x-1) dx;$ | (j) $\int \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \sin \sqrt{x+1} dx;$ | (o) $\int \cos^3(2x+1) \sin(2x+1) dx.$ |

4. Stosując metodę całkowania przez części oblicz podane całki nieoznaczone:

- | | | |
|----------------------------|---------------------------|--|
| (a) $\int x \sin x dx;$ | (d) $\int x^2 e^{-x} dx;$ | (g) $\int x^2 \cdot 2^x dx;$ |
| (b) $\int x e^x dx;$ | (e) $\int x^3 \ln x dx;$ | (h) $\int \ln^2 x dx;$ |
| (c) $\int x \cdot 7^x dx;$ | (f) $\int \ln(x^2+1) dx;$ | (i) $\int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx.$ |

5. Oblicz podane całki oznaczone:

- | | | |
|------------------------------------|---|---|
| (a) $\int_0^2 (3x^2 - x + 1) dx;$ | (d) $\int_1^2 (x + \frac{1}{x})^2 dx;$ | (g) $\int_2^4 \frac{x^3 - 3x^2 + 5}{x^2} dx;$ |
| (b) $\int_0^4 \frac{x^2+4}{4} dx;$ | (e) $\int_4^9 \sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) dx;$ | (h) $\int_1^4 \frac{1+x}{\sqrt{x}} dx;$ |
| (c) $\int_1^{2.5} (2x+1)^2 dx;$ | (f) $\int_1^3 (x^2 + 3x + \frac{1}{x^2}) dx;$ | (i) $\int_0^1 \sqrt{x+1} dx.$ |

6. Wyznacz pola obszarów ograniczonych osią ox oraz wykresem funkcji f , jeżeli

- (a) $f(x) = \sin x$ dla $x \in [0, \pi];$
 (b) $f(x) = 16 - x^2;$
 (c) $f(x) = (x+3)x(x-2).$

7. Wyznacz pole obszaru ograniczonego osią ox , prostymi $x = 1, x = 5$ i linią $xy = 5$.