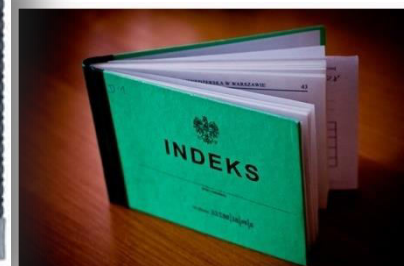


Matura z matematyki

- Diagnoza umiejętności matematycznych absolwentów liceów (techników) – rola diagnozująco-sumująca
- Szansa na indeks – rola różnicująco-rankingująca

Józef Daniel
st. ekspert
Zespół Matur
CKE



Podstawy prawne egzaminu maturalnego

Egzamin maturalny przeprowadza się art. 9 ust. 1 pkt 3b,c ustawy z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz.U. z 2004 r. nr 256, poz. 2572, z późn. zm.).

Akty wykonawcze

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 30 sierpnia 2012 r., poz. 977)

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2007 r. w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych (Dz.U. nr 83, poz. 562, z późn. zm.) oraz – w szczególności – Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 25 kwietnia 2013 r. zmieniające powyższe rozporządzenie (Dz.U. z 2013 r., poz. 520)

Rozporządzenie Ministra Kultury i Dziedzictwa Narodowego z dnia 8 kwietnia 2008 r. w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w publicznych szkołach i placówkach artystycznych (Dz.U. nr 65, poz. 400, z późn. zm.)

Podstawy prawne egzaminu maturalnego

Akty wykonawcze (c.d.)

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 17 listopada 2010 r. w sprawie warunków organizowania kształcenia, wychowania i opieki dla dzieci i młodzieży niepełnosprawnych oraz niedostosowanych społecznie w przedszkolach, szkołach i oddziałach ogólnodostępnych lub integracyjnych (Dz.U. nr 228, poz. 1490, z późn. zm.)

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 17 listopada 2010 r. w sprawie warunków organizowania kształcenia, wychowania i opieki dla dzieci i młodzieży niepełnosprawnych oraz niedostosowanych społecznie w specjalnych przedszkolach, szkołach i oddziałach oraz w ośrodkach (Dz.U. nr 228, poz. 1489, z późn. zm.)

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 maja 2010 r. w sprawie świadectw, dyplomów państwowych i innych druków szkolnych (Dz.U. nr 97, poz. 624, z późn. zm.)

Nowy egzamin maturalny

Od roku szkolnego 2014/2015

do egzaminu przystępują absolwenci **liceum ogólnokształcącego**

Od roku szkolnego 2015/2016

do egzaminu przystąpią absolwenci **technikum**

Egzamin maturalny (stan do roku 2015)

Dokument określający zawartość treściową egzaminu maturalnego

standardy wymagań egzaminacyjnych

Format części obowiązkowej egzaminu maturalnego

pisemna: j. polski (PP), matematyka (PP), język obcy (PP), język mniejszości narodowej (PP)
ustna: j. polski / j. obcy / j. mniejszości narodowej (bez określania poziomu)

Format części ustnej egzaminu z języka polskiego

prezentacja (na określony temat; przygotowywana przez zdającego w trakcie nauki)

Format części dodatkowej egzaminu maturalnego

od **1** do **6** przedmiotów dodatkowych; część całkowicie fakultatywna

Przedmioty zdawane jako dodatkowe

w części pisemnej i/lub ustnej, na PP / PR; dla absolwentów klas dwujęzycznych – dodatkowo poziom dwujęzyczny

Aby zdać maturę, należy...

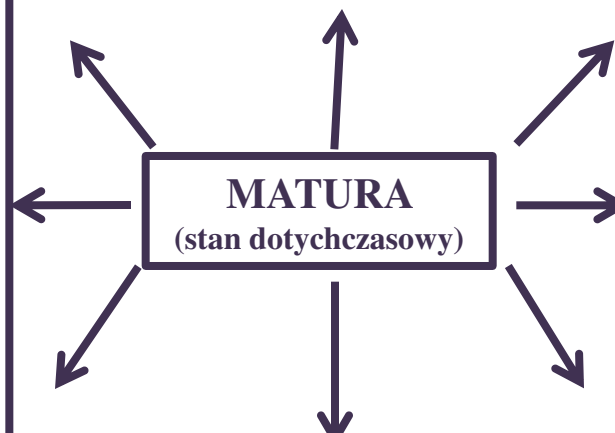
uzyskać minimum **30%** punktów z każdego przedmiotu obowiązkowego (część pisemna i ustna)

Komunikowanie wyników

w **%** (dla każdego przedmiotu, ze wskazaniem poziomu)

Dostosowania (języki mniejszości narodowych)

oddzielny egzamin dla absolwentów klas z j. mniejszości narodowych; jako przedmiot dodatkowy – dla wszystkich



Egzamin maturalny (od 2015 r.)

Dokument określający zawartość treściową egzaminu maturalnego

wymagania podstawy standardy wymagań programowej kształcenia egzaminacyjnych ogólnego

Format części obowiązkowej egzaminu maturalnego

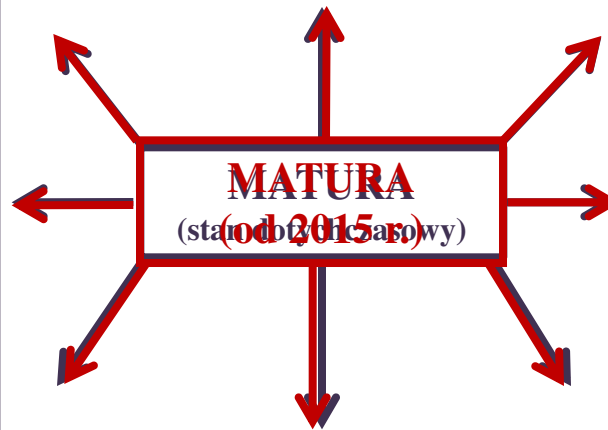
pisemna: j. polski (PP), matematyka (PP), język obcy (PP), język mniejszości narodowej (PP)
ustna: j. polski / j. obcy / j. mniejszości narodowej (poziome i zaawansowane)

Format części ustnej egzaminu z języka polskiego

Prezentacja (na określony temat); (przygotowywana przez zdającego w trakcie nauki)
wypowiedź na wylosowany temat; (przygotowywana przez zdającego w trakcie nauki)
oraz odnoszące się do niego polecenie)

Format części dodatkowej egzaminu maturalnego

od 1 do 6 przedmiotów dodatkowych; **zdecydowana część przedmiotów obowiązkowo (bez progu zaliczenia)**



Przedmioty zdawane jako dodatkowe

w części pisemnej / ustnej; na część ustną dla absolwentów klas podwójnych z dodatkowej uspojemniającymi

Aby zdać maturę, należy...

uzyskać min. 30% punktów z każdego przedmiotu obowiązkowego (część pisemna i ustna) oraz obowiązkowego (część pisemna i ustna) przystąpić do 1 egzaminu dodatkowego

Komunikowanie wyników

w % (dla każdego przedmiotu, ze wskazaniem poziomu) **na skali centylowej (część pisemna)**

Dostosowania (języki mniejszości narodowych)

oddzielny egzamin dla absolwentów klas z j. mniejszości narodowych; jako przedmiot dodatkowy – dla wszystkich

Egzamin maturalny od 2015 r.

	część pisemna	część ustna
przedmioty obowiązkowe	<ul style="list-style-type: none"> język polski (poziom podstawowy) język obcy nowożytny (poziom podstawowy) matematyka (poziom podstawowy) 1 przedmiot dodatkowy na poziomie rozszerzonym język mniejszości narodowej (poziom podstawowy) 	<ul style="list-style-type: none"> język polski (bez określania poziomu) język obcy nowożytny (bez określania poziomu) język mniejszości narodowej (bez określania poziomu)
przedmioty dodatkowe	od 1 do 5 kolejnych przedmiotów dodatkowych (na poziomie rozszerzonym albo – w przypadku języków obcych – dwujęzycznym)	

Egzamin maturalny w 2015 r.

	część pisemna	część ustna
przedmioty obowiązkowe	<ul style="list-style-type: none"> język polski (poziom podstawowy) – minimum 30% język obcy nowożytny (poziom podstawowy) – minimum 30% matematyka (poziom podstawowy) – minimum 30% 1 przedmiot dodatkowy na poziomie rozszerzonym – bez progu zaliczenia język mniejszości narodowej (poziom podstawowy) – minimum 30% 	<ul style="list-style-type: none"> język polski (bez określania poziomu) – minimum 30% język obcy nowożytny (bez określania poziomu) – minimum 30% język mniejszości narodowej (bez określania poziomu) – minimum 30%
przedmioty dodatkowe	od 1 do 5 kolejnych przedmiotów dodatkowych (na poziomie rozszerzonym albo – w przypadku języków obcych – dwujęzycznym) – bez progu zaliczenia	

Najważniejsze zmiany w egzaminie maturalnym od 2015 r.

Wszyscy absolwenci przystąpią obowiązkowo do egzaminu pisemnego z **jednego przedmiotu na poziomie rozszerzonym**.

Zmieniona zostanie **formuła części ustnej egzaminu z języka polskiego** (prezentację zastąpi **wypowiedź inspirowana tekstem kultury**).

Wszystkie zadania będą sprawdzać poziom opanowania wymagań określonych w **podstawie programowej kształcenia ogólnego**.

Zwiększony będzie udział zadań sprawdzających **umiejętności złożone, operowanie wiedzą, rozwiązywanie problemów**.

Zastosowane zostaną kryteria odzwierciedlające **holistyczne podejście** do oceniania.

Podstawowe założenia MATURY 2015

- zadania sprawdzają **umiejętności złożone** (konsekwentna realizacja założenia przyjętego w egzaminie gimnazjalnym)
- nacisk na sprawdzanie poziomu opanowania **wymagań ogólnych** określonych w podstawie programowej
- zadania kładą nacisk na **operowanie wiedzą**
- zadania kładą nacisk na **metodę naukową / rozwijanie myślenia naukowego** – doświadczenia, eksperymenty, analizowanie, stawianie hipotez, ich weryfikacja, wyciąganie wniosków, krytyczna analiza tekstu – nie tylko w języku polskim, ale również w językach obcych, fizyce, filozofii
- zadania kładą nacisk na **samodzielność, twórcze działanie, rozwiązywanie problemów**, a nie tylko działanie w oparciu o dobrze znane algorytmy

Podstawa programowa

Podstawa programowa z komentarzami

Tom 6. Edukacja
matematyczna i techniczna
w szkole podstawowej,
gimnazjum i liceum

- matematyka
- zajęcia techniczne
- zajęcia komputerowe
- informatyka



Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym

Opis arkusza

Arkusz egzaminacyjny składa się z trzech grup zadań.

I grupa zawiera **zadania zamknięte**. Dla każdego z tych zadań są podane cztery odpowiedzi, z których tylko jedna jest poprawna. Każde zadanie z tej grupy jest punktowane w skali **0–1**.

II grupa zawiera **zadania otwarte krótkiej odpowiedzi**. Zdający podaje krótkie uzasadnienie swojej odpowiedzi. Zadania z tej grupy punktowane są w skali **0–2**.

III grupa zawiera **zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi**. Zadania te wymagają starannego zaplanowania strategii rozwiązania oraz przedstawienia sposobu rozumowania i są punktowane w skali **0–4, 0–5 albo 0–6**.

Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym

Przykłady zadań zamkniętych

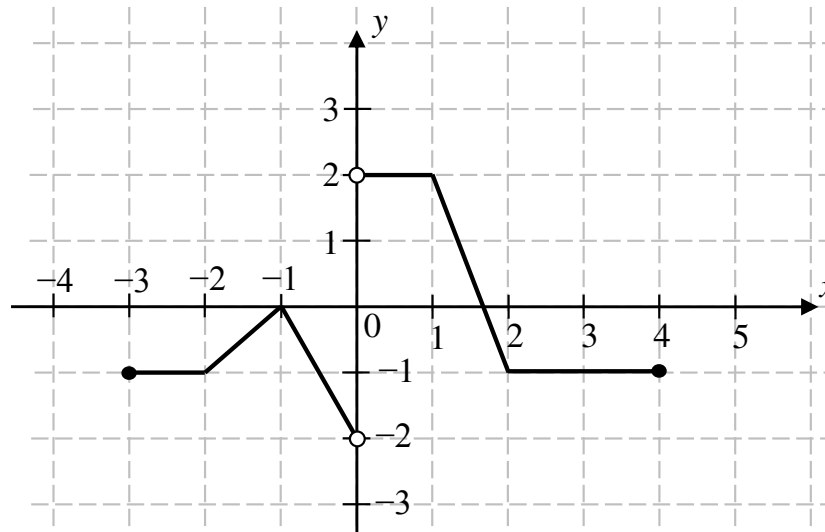
Zadanie 2. (0–1)

Dane są liczby $a = -\frac{1}{27}$, $b = \log_{\frac{1}{4}} 64$, $c = \log_{\frac{1}{3}} 27$. Iloczyn abc jest równy

- A. -9 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .



Zbiorem wartości funkcji f jest

- A. $(-2, 2)$ B. $\langle -2, 2 \rangle$ C. $\langle -2, 2 \rangle$ D. $(-2, 2)$

Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym

Przykłady zadań zamkniętych

Zadanie 11. (0–1)

Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = x^2 + x + c$. Jeżeli $f(3) = 4$, to

- A. $f(1) = -6$ B. $f(1) = 0$ C. $f(1) = 6$ D. $f(1) = 18$

Zadanie 17. (0–1)

Pole rombu o obwodzie 8 jest równe 1. Kąt ostry tego rombu ma miarę α . Wtedy

- A. $14^\circ < \alpha < 15^\circ$ B. $29^\circ < \alpha < 30^\circ$ C. $60^\circ < \alpha < 61^\circ$ D. $75^\circ < \alpha < 76^\circ$

Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym

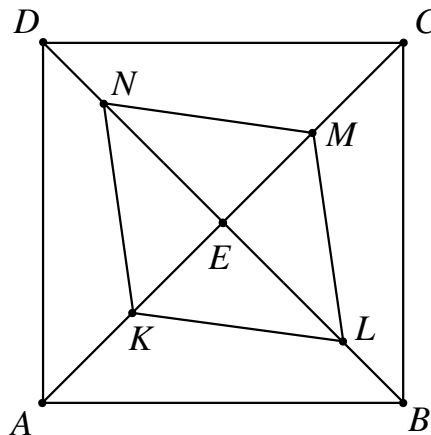
Przykłady zadań otwartych krótkiej odpowiedzi

Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność $4x^2 - 8xy + 5y^2 \geq 0$.

Zadanie 28. (0–2)

Dany jest kwadrat $ABCD$. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie E . Punkty K i M są środkami odcinków – odpowiednio – AE i EC . Punkty L i N leżą na przekątnej BD tak, że $|BL| = \frac{1}{3}|BE|$ i $|DN| = \frac{1}{3}|DE|$ (zobacz rysunek). Wykaż, że stosunek pola czworokąta $KLMN$ do pola kwadratu $ABCD$ jest równy $1:3$.



Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym

Przykłady zadań otwartych krótkiej odpowiedzi

Zadanie 29. (0–2)

Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 3$ w przedziale $\langle 0, 4 \rangle$.

Zadanie 30. (0–2)

W układzie współrzędnych są dane punkty $A = (-43, -12)$, $B = (50, 19)$. Prosta AB przecina oś Ox w punkcie P . Oblicz pierwszą współrzędną punktu P .

Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym

Przykłady zadań otwartych rozszerzonej odpowiedzi

Zadanie 32. (0–4)

Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 16. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

Zadanie 34. (0–5)

W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 187. Średnia arytmetyczna pierwszego, trzeciego i dziewiątego wyrazu tego ciągu, jest równa 12. Wyrazy a_1 , a_3 , a_k ciągu (a_n) , w podanej kolejności, tworzą nowy ciąg – trzywyrazowy ciąg geometryczny (b_n) . Oblicz k .

Egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym

Opis arkusza

Arkusz egzaminacyjny składa się z trzech grup zadań.

I grupa zawiera **zadania zamknięte**. Dla każdego z tych zadań są podane cztery odpowiedzi, z których tylko jedna jest poprawna. Każde zadanie z tej grupy jest punktowane w skali **0–1**.

II grupa zawiera **zadania otwarte krótkiej odpowiedzi**, w tym zadania z kodowaną odpowiedzią. Zadania te punktowane są w skali **0–2, 0–3** albo **0–4**.

III grupa zawiera **zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi**. Zdający musi w trakcie rozwiązania wykazać się umiejętnością rozumowania oraz dobierania własnych strategii matematycznych do nietypowych warunków. Zadania te punktowane są w skali **0–5, 0–6** albo **0–7**.

Egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym

Przykłady zadań zamkniętych

Zadanie 2. (0–1)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{dla } x \leq 0 \\ ||x+3|-4| & \text{dla } x > 0 \end{cases}$

Równanie $f(x) = 1$ ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie.
- B. dwa rozwiązania.
- C. cztery rozwiązania.
- D. pięć rozwiązań.

Zadanie 4. (0–1)

Równanie $2\sin x + 3\cos x = 6$ w przedziale $(0, 2\pi)$

- A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.
- B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
- C. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
- D. ma więcej niż dwa rozwiązania rzeczywiste.

Egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym

Przykłady zadań otwartych krótkiej odpowiedzi

Zadanie kodowane

Zadanie 6. (0–2)

Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{11n^3 + 6n + 5}{6n^3 + 1} - \frac{2n^2 + 2n + 1}{5n^2 - 4} \right)$. W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

Zadanie 8. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0.$$

Egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym

Zadanie 8. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0.$$

Rozwiązania

$$\begin{aligned}
 & (x^4 - 2x^2 + 1) + (x^2 - 2x + 1) + 1 > 0 \\
 & (x^2 - 1)^2 + (x - 1)^2 + 1 > 0 \quad \text{c.b.d.u.} \\
 & \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 & \text{zawsze większe} \quad \text{zawsze większe} \quad \text{zawsze większe} \\
 & \text{od } 0 \qquad \qquad \qquad \text{od } 0 \qquad \qquad \qquad \text{od } 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x^4 - 2x^2 + 1 + x^2 - 2x + 2 \leq 0 \\
 & (x^2 - 1)^2 + (x - 1)^2 + 1 \leq 0 \\
 & (x^2 - 1)^2 + (x - 1)^2 \leq -1
 \end{aligned}$$

Suma dwóch kwadratów zawsze będzie większa od 0, czyli nie równość jest prawdziwa, czyli nierówność odwrotna $x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0$ jest prawdziwa dla $\forall x \in \mathbb{R}$ c.b.d.u.

Egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym

Zadanie 8. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0.$$

Rozwiązania

mierz $f(x) = x^4 - x^2 - 2x + 3$
 $f'(x) = 4x^3 - 2x - 2 = 2(2x^3 - x - 1) =$
 $= 2(x^3 - x + x^3 - 1) = 2(x(x^2 - 1) + x^3 - 1) =$
 $= 2(x(x+1)(x-1) + (x-1)(x^2 + x + 1)) =$
 $= 2(x-1)(x^2 + x + x^2 + x + 1) =$
 $= 2(x-1)(2x^2 + 2x + 1)$
 $\Delta = 4 - 8 = -4 \quad \Delta < 0, \text{ ten. } 2x^2 + 2x + 1 > 0 \text{ dla } x \in \mathbb{R}$

\Rightarrow pochodna funkcji f jest $\begin{cases} \text{dla } x < 1 \text{ mniejsza od } 0 \\ \text{dla } x \geq 1 \text{ większa lub równa } 0 \end{cases}$

oznacza to, że dla $x \in (-\infty, 1)$ $f(x)$ jest malejąca,
 a dla $x \in (1, +\infty)$ $f(x)$ jest rosnąca

\Rightarrow dla $x = 1$ $f(x)$ jest najmniejsza

$f(1) = 1 - 1 - 2 = -2 \rightarrow$ najm. wartość funkcji

dlatego $f(x) + 3 > 0$ dla $x \in \mathbb{R}$ ■

(przekształcania są równoważne, zachodzi ten)

Egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym

Przykłady zadań otwartych krótkiej odpowiedzi

Zadanie 10. (0–4)

Długości boków czworokąta $ABCD$ są równe: $|AB|=2$, $|BC|=3$, $|CD|=4$, $|DA|=5$.
Na czworokącie $ABCD$ opisano okrąg. Oblicz długość przekątnej AC tego czworokąta.

Zadanie 11. (0–4)

W pierwszej urnie umieszczono 3 kule białe i 5 kul czarnych, a w drugiej urnie 7 kul białych i 2 kule czarne. Losujemy jedną kulę z pierwszej urny, przekładamy ją do urny drugiej i dodatkowo dokładamy do urny drugiej jeszcze dwie kule tego samego koloru, co wylosowana kula. Następnie losujemy dwie kule z urny drugiej. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że obie kule wylosowane z drugiej urny będą białe.

Egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym

Zadanie 11. (0–4)

W pierwszej urnie umieszczono 3 kule białe i 5 kul czarnych, a w drugiej urnie 7 kul białych i 2 kule czarne. Losujemy jedną kulę z pierwszej urny, przekładamy ją do urny drugiej i dodatkowo dokładamy do urny drugiej jeszcze dwie kule tego samego koloru, co wylosowana kula. Następnie losujemy dwie kule z urny drugiej. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że obie kule wylosowane z drugiej urny będą białe.

Rozwiązania

Przypadek pierwszy - losujemy białą kulę z I urny

$$|\Omega| = 8 \cdot \binom{12}{2} \quad |A| = 3 \cdot \binom{10}{2}$$

Przypadek drugi - losujemy czarną kulę z I urny

$$|B| = 5 \cdot \binom{7}{2} \quad |C| = |B| + |A|$$

$$|\Omega| = 8 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10!}{2 \cdot 1! \cdot 1!} = 8 \cdot 6 \cdot 11$$

$$|A| = 3 \cdot \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{2 \cdot 1! \cdot 1!} = 3 \cdot 5 \cdot 9 \quad P(C) = \frac{3 \cdot 5 \cdot (9+7)}{8 \cdot 6 \cdot 11} = \frac{5}{11}$$

$$|B| = 5 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2 \cdot 1! \cdot 1!} = 3 \cdot 5 \cdot 7 \quad = \frac{5}{11}$$

Odpowiedź: Prawdopodobieństwo wynosi $\frac{5}{11}$.

1 krok losujemy 1 kulę z I urny.

BIŁA $P(A) = \frac{3}{8}$ CZARNA $P(B) = \frac{5}{8}$

Przypadek że wylosujemy białą z I urny $P(A)$ - prawdopodobieństwo że nie wrócimy uszy 2 kule białe

2 krok + 2 kule ten sam kolor + kula wylosowana do II urny losujemy 2 kule.

jeżeli w urnie 1 biała: $7+3=10 \rightarrow$ ilość białych kul, $2 \rightarrow$ ilość czarnych kul

jeżeli w urnie 1 czarna: $7 \rightarrow$ ilość białych kul, $2+3=5 \rightarrow$ ilość czarnych kul

losujemy 2 kule więc $P(D) = \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11}$

$$P(C) = \frac{10}{12} \cdot \frac{9}{11}$$

$$P(Z) = P(A) \cdot P(C) + P(B) \cdot P(D) = \frac{3}{8} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{9}{11} + \frac{5}{8} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11}$$

$$P(Z) = \frac{270}{1056} + \frac{210}{1056} = \frac{480}{1056} = \frac{240}{528} = \frac{60}{132} = \frac{30}{66} = \frac{5}{11}$$

Odpowiedź: prawdopodobieństwo to wynosi $\frac{5}{11}$.

Egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym

Przykłady zadań otwartych rozszerzonej odpowiedzi

Zadanie 15. (0–6)

Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. Oblicz współczynniki a , b i c . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

Zadanie 16. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie stożki, których przekrojem osiowym jest trójkąt o obwodzie 20. Oblicz wysokość i promień podstawy tego stożka, którego objętość jest największa. Oblicz objętość tego stożka.

Egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym

Zadanie 16. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie stożki, których przekrojem osiowym jest trójkąt o obwodzie 20. Oblicz wysokość i promień podstawy tego stożka, którego objętość jest największa. Oblicz objętość tego stożka.

I sposób – fragment

...

Zatem $h = \sqrt{100 - 20r}$.

Z geometrycznych warunków zadania otrzymujemy $0 < r < 5$.

Zapisujemy objętość stożka w zależności od zmiennej r

$$V(r) = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot \sqrt{100 - 20r},$$

Wzór tej funkcji zapiszemy w postaci $V(r) = \frac{1}{3} \cdot \pi \sqrt{100r^4 - 20r^5}$ dla $0 < r < 5$.

Rozważmy funkcję pomocniczą określoną wzorem $f(r) = 100r^4 - 20r^5$ dla $0 < r < 5$.

...

II sposób – fragment

... Z geometrycznych warunków zadania otrzymujemy $0 < h < 10$.

Zapisujemy objętość stożka w zależności od zmiennej h

$$V(h) = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(5 - \frac{1}{20}h^2\right)^2 h,$$

$$V(h) = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(25 - \frac{1}{2}h^2 + \frac{1}{400}h^4\right) \cdot h = \frac{\pi}{3} \cdot \left(25h - \frac{1}{2}h^3 + \frac{1}{400}h^5\right) \text{ dla } 0 < h < 10.$$

Zauważamy, że wystarczy zbadać funkcję $f(h) = 25h - \frac{1}{2}h^3 + \frac{1}{400}h^5$ w przedziale $(0, 10)$

Rozwiązania

Strona internetowa CKE

www.cke.edu.pl



O NAS

AKTUALNOŚCI

KOMUNIKATY DYREKTORA

ARCHIWUM

KONTAKT



Egzamin maturalny 2015. Arkusze

Sprawdzian
w klasie VI ▼

Egzamin
gimnazjalny ▼

Egzamin
maturalny ▼

Egzaminy
zawodowe ▼

Egzaminy
eksternistyczne ▼



KOMUNIKATY DYREKTORA

Sprawdzian

Matura

27/04/2015
HARMONOGRAM EGZAMINÓW W 2016
R.

Dziękuję za uwagę.