

X WARMIŃSKO-MAZURSKIE ZAWODY MATEMATYCZNE
18 maja 2012
(szkoły ponadgimnazjalne)

Zadanie 1

Obecnie używane tablice rejestracyjne wydawane są od 1 maja 2000r. Numery rejestracyjne aut są tworzone ze zbioru liter: $\{\mathbf{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z}\}$ oraz cyfr od $\mathbf{0}$ do $\mathbf{9}$. Dla aut miasta Olsztyn wszystkie tablice zaczynają się od liter \mathbf{NO} , po których następuje 5 cyfr (bez $\mathbf{00000}$) lub 4 cyfry (bez $\mathbf{0000}$) i litera z dostępnego zbioru liter, nie można jednak stosować liter $\mathbf{B, D, I, O, Z}$ jako zbyt podobnych do cyfr $\mathbf{8, 0, 1, 0, 2}$. W którym roku na pewno skończą się tak tworzone tablice rejestracyjne aut dla miasta Olsztyn, jeżeli przyjmiemy, że rocznie rejestrowanych jest co najmniej 11500 aut?

Zadanie 2

Dane są liczby

$$A = \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{y^2+1} \text{ oraz } B = \frac{2}{xy+1},$$

gdzie x i y są takimi liczbami rzeczywistymi, że $x \neq y$ i $xy + 1 \neq 0$.

Wyznacz $A + B$, jeżeli wiadomo, że $A = B$.

Zadanie 3

Dane są trzy jednakowe okręgi wzajemnie styczne. Pomędzy nimi znajduje się mniejszy okrąg styczny do nich. Jaki jest stosunek promienia okręgu mniejszego do promienia okręgu większego?

Zadanie 4

Dana jest liczba trzycyfrowa, której potrojona suma cyfr wynosi 42. Jeżeli od podwojonej sumy dwóch pierwszych cyfr odejmiemy 7, otrzymamy trzecią cyfrę liczby. Jeżeli do tej liczby dodamy 297, otrzymamy liczbę trzycyfrową złożoną z tych samych cyfr, występujących w niej w odwrotnej kolejności. Jaka to liczba?

Zadanie 5

Wszystkie cyfry, które pojawiają się w poniższym mnożeniu są cyframi należącymi do zbioru $\{2, 3, 5, 7\}$. Odtwórz to mnożenie.

$$\begin{array}{r} \\ \\ \times \\ \hline * \\ * \\ \hline * \end{array}$$