

**X WARMIŃSKO-MAZURSKIE ZAWODY MATEMATYCZNE**  
**Olsztyn, 18 maja 2012**

**Kategoria: gimnazjum**

Czas trwania: 120 min

Punktacja: każde zadanie 10 pkt

**Zadanie 1**

Jacek przechowuje swoje oszczędności w monetach dwu i pięciozłotowych. Wartość monet dwuzłotowych stanowi 35% jego oszczędności. Ile dwuzłotówek ma Jacek, jeśli ma 26 pięciozłotówek.

**Zadanie 2.**

Trzy liczby całkowite dodatnie  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , które spełniają równanie  $a^2 + b^2 = c^2$  nazywane są *trójkami Pitagorasa*. Liczba  $c$  nazywa się *przeciwprostokątną*, zaś  $a$  i  $b$  – *przyprostokątnymi*.

Znajdź **wszystkie** trójki Pitagorasa, w których jedna z przyprostokątnych jest równa 21.

Wskazówka. Można skorzystać ze wzorów:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

**Zadanie3.**

Dwa samochody wyruszyły jednocześnie z miejscowości A do B. Obydwa jechały tą samą trasą, ale z różnymi, chociaż stałymi średnimi prędkościami, które wyrażają się liczbami naturalnymi. Różnica prędkości samochodów jest liczbą pierwszą. Odległość między A i B wynosi 100 km. Po dwóch godzinach jazdy odległość mniej szybkiego samochodu od miejscowości A była pięć razy większa od odległości bardziej szybkiego samochodu od miejscowości B.

Z jaką prędkością jechały samochody?

**Zadanie 4.**

Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$ , w którym  $\angle CAB = 45^\circ$ . Wysokości tego trójkąta przecinają się w punkcie  $H$ . Wykaż, że  $|AH| = |BC|$ .

**Zadania 5.**

Pewien graniastosłup ma dwa razy więcej wierzchołków niż pewien ostrosłup. Który z tych wielościanów ma więcej ścian i o ile więcej?