

## VII Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

14 maja 2009

Wydział Matematyki i Informatyki UWM w Olsztynie

*Szkoła podstawowa*

### ROZWIĄZANIA ZADAŃ

#### Zadanie 1.

Opisz, jak rozłożyć 121 jabłek w 15 wiadrach tak, aby w każdym wiadrze była inna liczba jabłek i nie było pustych wiader.

#### *Rozwiązanie:*

Ogrodnik może na przykład umieścić w pierwszym wiadrze 1 jabłko, w drugim 2 jabłka, w trzecim 3 jabłka, ..., w trzynastym 13 jabłek, w czternastym 14 jabłek, a w ostatnim wiadrze 16 jabłek. Sytuację tę obrazuje poniższy rysunek:

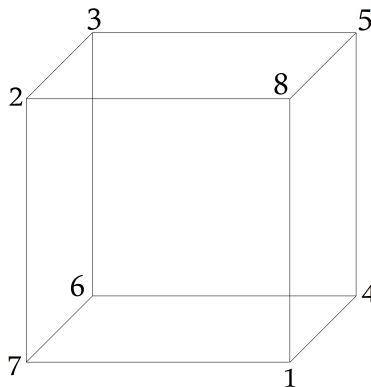


#### Zadanie 2.

Ponumeruj wierzchołki sześcianu liczbami od 1 do 8 tak, aby suma numerów wierzchołków każdej ściany była taka sama.

#### *Rozwiązanie:*

Wierzchołki sześcianu trzeba ponumerować tak, aby suma numerów wierzchołków każdej ściany wynosiła 18. Można to zrobić w następujący sposób:



**Zadanie 3.**

Uzasadnij, że liczba naturalna

$$a = \underbrace{11\dots1}_{14} \underbrace{22\dots2}_{7} \underbrace{11\dots1}_{14} + 6$$

jest liczbą złożoną.

*Wskazówka:*

*Liczba złożona to liczba, która ma dzielnik różny od 1 i samej siebie.*

**Rozwiązanie:**

Niech

$$a = \underbrace{11\dots1}_{14} \underbrace{22\dots2}_{7} \underbrace{11\dots1}_{14}$$

Suma cyfr liczby  $a$  wynosi  $42 = 3 \cdot 14$ . Zatem liczba  $a$  jest podzielna przez 3, zgodnie ze znaną zasadą podzielności: *Liczba naturalna jest podzielna przez trzy wtedy i tylko wtedy, gdy suma jej cyfr jest podzielna przez 3*. Dlatego też nasza liczba  $a + 6$  jest podzielna przez 3. Jednak - jak łatwo zauważyć - tylko 3 jest dodatnią liczbą podzielną przez 3 niebędącą liczbą złożoną (jest to oczywiście liczba pierwsza). Ponieważ jednak  $a + 6 > 3$ , więc nasza liczba jest złożona.

**Zadanie 4.**

Dwie świece - żółta i biała - mają różne długości i różne grubości. Świeca żółta spala się w ciągu siedmiu godzin, a biała w ciągu jedenastu godzin. Obydwie świece palą się jednostajnie.

Świece zapalono w tej samej chwili i po trzech godzinach okazało się, że ich niewypalone części są równej długości. Która świeca była na początku dłuższa? Ile razy?

*Wskazówka:*

*Świeca spala się jednostajnie, jeśli w pierwszej minucie skróci się o tyle samo co w drugiej i każdej następnej minucie.*

**Rozwiązanie:**

Wprowadzamy oznaczenia:

$x$  - początkowa długość białej świecy  $y$  - początkowa długość świecy żółtej

Ponieważ każda świeca pali się jednostajnie, więc po trzech godzinach wypali się  $\frac{3}{11}$  długości białej świecy i  $\frac{3}{7}$  długości żółtej. Tym samym pozostanie  $\frac{8}{11}$  długości białej świecy i  $\frac{4}{7}$  żółtej.

Z warunków zadania wiemy, że części świec, które pozostaną po tym czasie są sobie równe:

$$\frac{8}{11}x = \frac{4}{7}y,$$

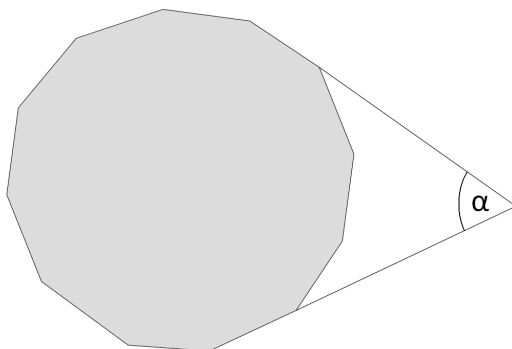
a stąd

$$\frac{y}{x} = \frac{14}{11}.$$

Zatem świeca żółta jest dłuższa  $\frac{14}{11}$  razy.

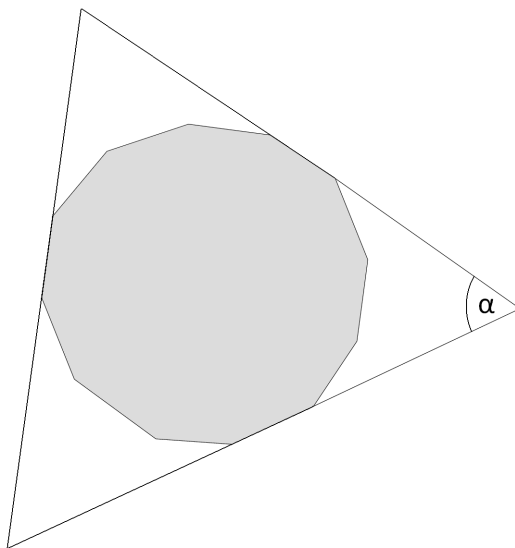
**Zadanie 5.**

Na poniższym rysunku przedstawiony jest dwunastokąt foremny. Jaka jest miara kąta  $\alpha$ ? Odpowiedź uzasadnij.



**Rozwiązanie:**

Jeśli do dwunastokąta przedstawionego w zadaniu dorysujemy odpowiednio cztery odcinki, to powstanie trójkąt równoboczny z wpisanym dwunastokątem foremnym.



Jednak miara kąta wewnętrznego w trójkącie równobocznym wynosi zawsze  $60^\circ$ , stąd

$$\alpha = 60^\circ$$