

*Jak odróżnić skończoność od nieskończoności. Zasada szufladkowa Dirichleta i jej zastosowania*

„Spotkania z matematyką”  
Olsztyn, 16.05.2016

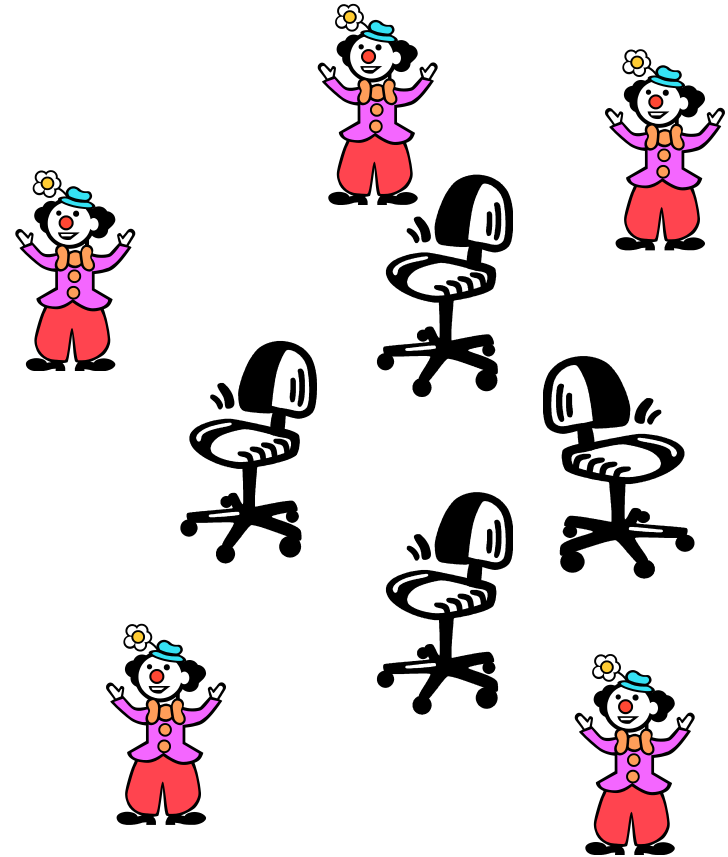
Bogdan Staruch

# CHARAKTERYSTYKA ZBIORÓW SKOŃCZONYCH

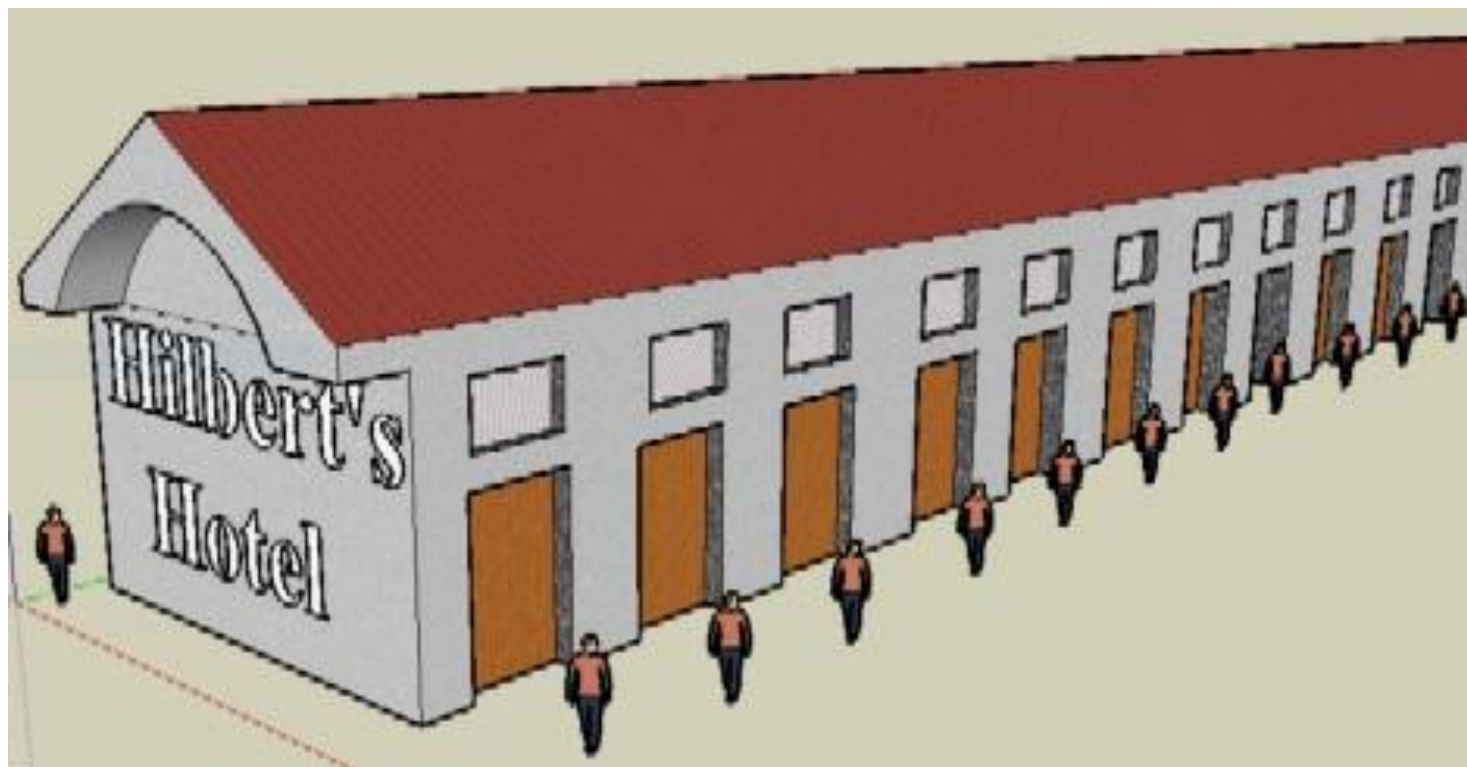
## ZASADA

### SZUFLADKOWA DIRICHLETA

Jeżeli  $n+1$  przedmiotów  
rozmieścimy w  $n > 0$  szufladach  
to przynajmniej w jednej  
będzie więcej niż 1 przedmiot.



**ZBIORY NIESKOŃCZONE**  
tu nie obowiązuje  
**ZASADA**  
**SZUFLADKOWA DIRICHLETA**



# ZASADA SZUFLADKOWA DIRICHLETA (ang. Pigeonhole principle)

Jeśli rozmieścimy  $m$  przedmiotów w  $n > 0$  szufladach i  $m > n$ , to w co najmniej jednej szufladzie będzie więcej niż jeden przedmiot.

Jeśli  $m > n$ , to nie istnieje funkcja różnowartościowa ze zbioru  $m$ -elementowego w zbiór  $n$ -elementowy.



# TYPOWE ZADANIE

- *Na głowie człowieka jest od 100-150 tys. włosów. Liczba ludności Olsztyna to 175 482. Udowodnij, że wśród mieszkańców Olsztyna przynajmniej dwie osoby mają tyle samo włosów na głowie.*

# ZASADA SZUFLADKOWA DIRICHLETA

## uogólnienie

Jeśli rozmieścimy  $m$  przedmiotów w  $n > 0$  szufladach i  $m > k \cdot n$ , to w co najmniej jednej szufladzie będzie więcej niż  $k$  przedmiotów.

## TYPOWE ZADANIA

- *W pewnej klasie jest 32 uczniów. Udowodnij, że wśród nich jest przynajmniej pięciu takich, którzy urodzili się w tym samym dniu tygodnia.*
- *W pewnej klasie jest 25 uczniów. Udowodnij, że wśród nich jest przynajmniej trzech takich, którzy urodzili się w tym samym miesiącu.*

# GEOMETRIA

- *W kwadracie  $3 \times 3$  umieszczono 10 punktów. Udowodnij, że są wśród nich takie dwa punkty, których odległość jest mniejsza od 1,5.*



# GEOMETRIA

- *W kwadracie jednostkowym wybrano 52 punktów. Udowodnij, że wśród nich są trzy, które należą do pewnego koła o promieniu mniejszym od  $1/7$ .*

# GEOMETRIA

- *W wierzchołkach siedmiokąta foremnego ustawiono pionki czerwone i niebieskie- po jednym w każdym wierzchołku. Udowodnij, że są trzy wierzchołki z pionkami tego samego koloru tworzące trójkąt równoramienny.*

# SUMY

- *Udowodnij, że wśród 10 liczb całkowitych jest kilka takich, że ich suma dzieli się przez 10.*

# SUMY

- *Udowodnij, że wśród 5 liczb całkowitych dodatnich są 3 takie, że ich suma dzieli się przez 3.*

# SUMY

- *Udowodnij, że w każdym dziesięcioelementowym zbiorze liczb dwucyfrowych istnieją dwa niepuste rozłączne podzbiory, dla których sumy elementów są równe.*

# PODZIELNOŚĆ

- *Udowodnij, że wśród 51 liczb całkowitych dodatnich nie większych od 100 istnieją dwie liczby  $a$ ,  $b$  takie, że  $a$  dzieli  $b$ .*

# PODZIELNOŚĆ

- *Udowodnij, że istnieją co najmniej dwie potęgi liczby 2 takie, że ich różnica jest podzielna przez 1000.*

# PODZIELNOŚĆ

- *Czy istnieją różne potęgi liczby 4, których trzy ostatnie cyfry są jednakowe?*