

**Matematyka dyskretna**  
**seria 6 (funkcje tworzące)**

**Zadanie 1** Ile rozwiązań całkowitych nieujemnych ma równanie

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4,$$

przy założeniu, że  $x_1, x_2, x_3 \leq 1, x_4, x_5 \leq 2$ ?

**Zadanie 2** Ile rozwiązań całkowitych nieujemnych ma równanie

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 25,$$

przy założeniu, że  $x_1 \leq 10$ ?

**Zadanie 3** Znaleźć funkcję tworzącą dla liczby rozmieszczeń  $k$  identycznych kul w 4 rozróżnialnych szufladkach, przy czym pierwsza szuflada zawiera parzystą liczbę kul, druga i trzecia zawierają nieparzystą liczbę kul, a czwarta może zawierać co najwyżej 8 kul. Wyznaczyć liczbę rozmieszczeń dla  $k = 7$  i  $k = 15$ .

**Zadanie 4** Ile rozwiązań całkowitych nieujemnych ma równanie

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2n,$$

gdzie  $x_1, x_2$  są parzyste,  $x_3, x_4$  są nieparzyste, a  $n$  jest dowolną liczbą całkowitą nieujemną?

**Zadanie 5** Na ile sposobów można rozmieścić 30 identycznych kul w sześciu (rozróżnialnych) szufladkach, jeśli pierwsze dwie szufladki mogą zawierać co najwyżej 10 kul, a pozostałe mogą zawierać dowolną liczbę kul?

**Zadanie 6** Znaleźć liczbę rozmieszczeń 20 identycznych kul w 5 różnych pudełkach, jeśli każde pudełko ma zawierać od 2 do 7 kul.

**Zadanie 7** Na ile sposobów można uzyskać sumę 20 oczek na 8 różnych kostkach do gry?

**Zadanie 8** Wyznaczyć funkcję tworzącą liczby sposobów w jakie można wymienić (dowolny) banknot na monety 1, 2 i 5 zł, jeśli mamy do dyspozycji co najwyżej 10 złotych, 5 dwuzłotówek oraz 4 pięciozłotówki.