

II Seria zadań z Matematyki, WNoŚ, maj 2020

1. Dla macierzy

$$(a) \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix};$$

$$(b) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -9 & 1 \end{bmatrix};$$

$$(c) \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix};$$

$$(d) \quad A := \begin{bmatrix} -5 & -4 & 6 \\ 6 & 5 & -6 \\ -3 & -2 & 4 \end{bmatrix};$$

$$(e) \quad A := \begin{bmatrix} 13 & 8 & -12 \\ -12 & -7 & 12 \\ 6 & 4 & -5 \end{bmatrix};$$

$$(f) \quad A := \begin{bmatrix} -17 & -12 & 6 \\ 18 & 13 & -6 \\ -12 & -8 & 5 \end{bmatrix};$$

znajdź wektory i wartości własne, oraz taką macierz X , że $A = XDX^{-1}$, gdzie D jest macierzą diagonalną. Oblicz A^5 .

2. Oblicz odstęp w $\mathbb{R}^3$ pomiędzy punktem a a prostą P przechodzącą przez punkty $b = (1, -2, 0)$ i $c = (0, -1, 2)$, gdzie

$$(a) \quad a = (1, 0, 1), b = (1, -2, 0), c = (0, -1, 2);$$

$$(b) \quad a = (1, 0, -1), b = (11, -2, 0), c = (0, -1, 2);$$

$$(c) \quad a = (1, 0, 1), b = (1, -2, 0), c = (0, -1, -2).$$

3. Oblicz odstęp w $\mathbb{R}^3$ pomiędzy punktem a a płaszczyzną S , gdzie

$$(a) \quad a = (4, 0, -2), S = \{(x, y, z) \mid x - y + 4z + 2 = 0\};$$

$$(b) \quad a = (1, 1, 0), S = \{(x, y, z) \mid x - 2y + 4z + 1 = 0\};$$

$$(c) \quad a = (2, 0, 2), S = \{(x, y, z) \mid 2x - y + 4z + 2 = 0\}.$$

4. Wyjaśnić za pomocą kryterium Sylwestera dla jakich λ następująca forma kwadratowa

$$(a) \quad \text{i. } 5x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - x_1x_3 - 2x_2x_3;$$

$$\text{ii. } 5\lambda x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3;$$

$$\text{iii. } 5x_1^2 + \lambda x_2^2 + x_3^2 + 3x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3;$$

jest dodatnio określona;

$$(b) \quad -x_1^2 + \lambda x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 + 8x_2x_3 \text{ jest ujemnie określona.}$$